アルゴリズムとデータ構造　2013 年度冬学期　期末試験

※　計算や解答の下書きなどは計算用紙で行い、解答用紙には解答をよく整理して読みやすく記載せよ。
※　計算量の根拠の説明は要点を示す一言だけでよい。

問1　ヒープについて以下の問いに答えよ。（各 4 点）
1) どのような時に使うデータ構造か。特徴を簡潔に説明せよ。
2) 以下の順に要素を挿入したときに得られるヒープの構造を表す木を描け。結果のみでよい。{ 34, 12, 83, 73, 32, 18, 37, 54 }
3) 上の結果の木から最小要素を 3 回取り出した後に得られる配列の内容を描け。結果のみでよい。

問2　２分探索木について以下の問いに答えよ。（各 4 点）
1) どのような時に使うデータ構造か。特徴を簡潔に説明せよ。
2) 以下の順に要素を挿入したときに出来上がる木を描け。結果のみでよい。{ 34, 12, 83, 73, 32, 10, 37, 54 }
3) 上の結果の木から{12, 34}をこの順に削除した後に得られる木を描け。結果のみでよい。

問3　ハッシュについて、以下の問いに答えよ。ただし、格納される値は整数として、バケットの数を 5、ハッシュ関数は入力値を 5 で割った余りとする。（各 4 点）
1) ハッシュはどのような時に使うデータ構造か。特徴を簡潔に説明せよ。
2) 以下の要素をチェイン法で格納した場合の結果を図示せよ。{ 34, 12, 83, 73, 17 }
3) 以下の要素を開番地法で格納した場合の結果を図示せよ。ただし、再ハッシュ関数は前のハッシュ値に 1 足したものを返すものとする。{ 34, 12, 83, 73, 17 }

問4　配列の内容をその場で書き換えるクイックソートについて以下の問いに答えよ。ただし、要素はすべて異なる値とし、入力列の先頭の２つの要素のうち大きい方をピボットとして使うものとする。（各 4 点）
1) 以下の数列をソートする過程を図示せよ。{ 34, 12, 83, 73, 32, 10, 37, 54 }
2) 配列の i 番目から j 番目までをソートするクイックソート(QuickSort(array,i,j))の疑似コードを書け。ただし、以下のサブルーチンは与えられているものとしてよい。
find_pivot (array, i, j): 列の i~j 番目の要素で、先頭の２つの要素のうち大きい方を返す。
partition (array, i, j, pivot): 列の i~j 番目の要素の順番を入れ替えて、返り値 k までは pivot より小さい要素が、k 以降には pivot 以上の要素が入るようにする。

問5　マージソートについて以下の問いに答えよ。（各 5 点）
1) 以下の数列をソートする過程を図示せよ。{ 34, 12, 83, 73, 32, 10, 37, 54 }
2) リストに対するマージソート(MergeSort(list))の疑似コードを書け。ただし、以下のサブルーチンは与えられているものとしてよい。
merge(list0, list1): ２つのソート済みのリストを受け取り、１本のソート済みのリストを返す。
sublist(list, i, j): 与えられたリストの i 番目から j 番目までの要素からなるリストを返す。

問6　ダイクストラのアルゴリズムについて以下の問いに答えよ。（各 5 点）
1) 辺のコストがすべて正であるときに、ダイクストラのアルゴリズムによって最短経路が正しく求められることを説明せよ。
2) コストが負である辺が含まれていると、ダイクストラのアルゴリズムで正しい解が得られない場合がある。そのような具体的な例を示せ。

問7　無向グラフの最小木を求める問題について以下の問いに答えよ。
(注：空欄に入る処理は１つだけとは限らない)　　　　(各 6 点)

1) 以下に示すプリムのアルゴリズムの疑似コードの空欄を埋めよ。

```
Prim(無向グラフ(V,E), 辺のコスト d[ ]){
    s ← V の任意の節点;  C[v] ← d[s, v];  N[v] ← s;  U ← V - s;  T ← {};
    while(U≠空集合)
        w ← U のうち C[w] が最小となるもの;
        U から w を取り除く;
        T に辺{w, N[w]}を加える;
        for ( v in U )
            ┌────────────┐
            │    空欄    │
            └────────────┘
    return T;
}
```

2) 以下に示すクラスカルのアルゴリズムの疑似コードの空欄を埋めよ。

```
Kruscal(無向グラフ(V,E), 辺のコスト d[ ]){
    優先度付待ち行列 U を用意し、すべての辺を挿入する;
    S ← 個々の頂点のみからなる部分木の集合;
    while( U ≠ ∅ )
        U からコストが最小の辺{i,j}を取り出す;
        Ti ← i を含む部分木;
        Tj ← j を含む部分木;
        if (Ti ≠ Tj)
            ┌────────────┐
            │    空欄    │
            └────────────┘
    return  S の中に残った唯一つの木;
}
```

問8　文字列の検索について以下の問いに答えよ。(各 6 点)

1) KMP 法を以下の問題に適用した場合の計算の過程を図示せよ。
　テキスト: らやらやらもらやらやもき　パターン：らやらやもき

2) BM 法を以下の問題に適用した場合の計算の過程を図示せよ。(表を一つだけ使う簡単なものでよい)
　テキスト: たやきもきやもきらやもき　パターン：らやもき

問9　２つの線分の間の対応関係を求める以下のような問題を動的計画法によって解くアルゴリズムを疑似コードで示せ。「２つの２次元上の点列 $X=\{x_1, x_2, \ldots x_n\}$ と $Y=\{y_1, y_2, \ldots y_n\}$の間のマッチング $M=\{\{i,j\}\}$で、以下のコストが最小になるものを求める $\sum_{(i,j)\in M}\left|x_i - y_j\right|$。ただし、X の各頂点および Y の各頂点は必ず１つ以上のマッチに含まれるものとし、かつマッチが交差する($\exists(a\in 1..n, b\in 1..n, c\in 1..n, d\in 1..n)$ s.t. $\{a,b\}\in M, \{c,d\}\in M$, a<b AND c>d)ことはないものとする。返り値として返すものは最小となるマッチングのコストの値のみでよい（マッチングの内容は返さなくてよい)。」　(10 点)