【１】 文字 a，b，c，d，e，f の出現確率をそれぞれ 0.07，0.09，0.12，0.22，0.23，0.27 とする．ハフマンの木を描け．(10)

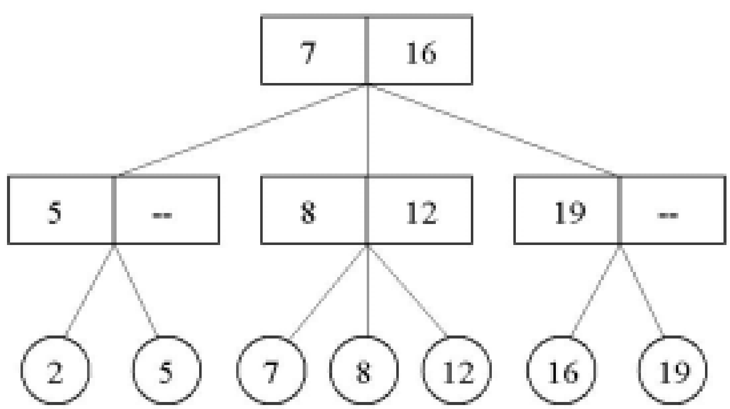
【２】 以下は，クローズドハッシュ法の挿入操作の解析について述べたものである．**(ア)**〜**(エ)** に入るべき式もしくは語句を答えよ．(各 5)

> B 個のバケットのうちの N 個がふさがっているものとする．これに新たな要素を挿入する．最初に調べたバケットで衝突が起きる確率は N/B である．これは挿入に際して 1 回以上衝突が起きる確率である．さらに次のバケットで衝突が起きる確率は $N(N-1)/B(B-1)$ である．一般に，i 回以上の衝突が起きる確率は，**(ア)** である．これを i が 1 から ∞ まで加えたものにさらに 1 を加えると，$(B+1)/(B+1-N)$ になる．これは，**(イ)** を意味している．
>
> 従って，B 個のパケットに M 個のデータを入れるための平均の手間は，
>
> $$\frac{1}{M}\sum_{N=0}^{M-1}\frac{B+1}{B+1-N}$$
>
> である．これは近似的に，
>
> $$\frac{1}{M}\int_0^{M-1}\frac{B}{B-x}dx$$
>
> に等しい．従って，表を完全に埋める $(M=B)$ には 1 データつまり 1 バケットあたり **(ウ)** 個のバケットを見る必要がある．
>
> 表の中にない要素を探す平均の手間は，新たな要素を挿入する手間と同じである．一方，表の中にある要素を探す手間は，**(エ)** に等しい．

【３】 以下の 2-3 木に対して，次の操作を順に行って得られる 2-3 木を描け．(各 5)

(ア) 9 を挿入．

(イ) 2 を削除．



【４】 辺の数 e の有向グラフに閉路があるかどうかを判定する $O(e)$ 時間のアルゴリズムを述べよ．(10)

【５】 線形順序集合の要素を持つ大きさ n の配列 A がある．この配列の要素を入れ換えることにより，次の条件が満たされるようにする $O(n)$ 時間のアルゴリズムを述べよ．(10)

- $1 \le i \le n$ に対して，$2i \le n$ ならば，$A[i] \le A[2i]$.
- $1 \le i \le n$ に対して，$2i+1 \le n$ ならば，$A[i] \le A[2i+1]$.

特にアルゴリズムの時間計算量が $O(n)$ であることを示す必要はない．

【６】 次の再帰方程式を解け．解は a と c の関係にどのように依存するか．(10)

$$
\begin{aligned}
&T(1) = 1 \\
&T(n) = aT(n-1) + c^n, \qquad\qquad n \ge 2
\end{aligned}
$$

【７】 N を自然数とする．次のような有向グラフを考える．

- 頂点は (i,j) という整数の組とする．ただし，$1 \le i,j \le N$ とする．
- 辺は以下の三種類とする．
  - $1 \le i < N$ かつ $1 \le j \le N$ のとき，(i,j) から $(i+1,j)$ への辺がある．
  - $1 \le i \le N$ かつ $1 \le j < N$ のとき，(i,j) から $(i,j+1)$ への辺がある．
  - $1 \le i,j < N$ のとき，(i,j) から $(i+1,j+1)$ への辺がある．

このとき，各辺に非負実数のコストが定まっているとする．

(ア) 頂点 $(1,1)$ から頂点 (N,N) への経路の最小コストを求める動的計画法によるアルゴリズムを述べよ．(10)

(イ) 上のアルゴリズムよりもダイクストラ法の方が速い場合を述べよ．(10)

【８】 コスト付き無向グラフの極大木のコストが最小でないとき，極大木の一辺を削除し，代わりに別の辺を加えることにより，よりコストの小さい極大木が得られることを説明せよ．プリムのアルゴリズムの正しさを仮定してもよい．(10)