アルゴリズムとデータ構造　2017年度冬学期　期末試験

※　計算や解答の下書きなどは計算用紙で行い、解答用紙には解答をよく整理して読みやすく記載せよ。

問1　ヒープについて以下の問いに答えよ。(各 4 点,　計 12 点)

1)　ヒープとはどのようなデータ構造であるか、例を示して簡潔に説明せよ。静的な構造の説明のみでよい。

2)　ヒープにおける挿入操作のアルゴリズムを自然言語で簡潔に説明せよ。

3)　ヒープにおける削除操作のアルゴリズムを自然言語で簡潔に説明せよ。

問2　2 分探索木について以下の問いに答えよ。(各 4 点,　計 12 点)

1)　2 分探索木はどのようなデータ構造であるか、例を示して簡潔に説明せよ。静的な構造の説明のみでよい。

2)　2 分探索木における挿入操作のアルゴリズムを自然言語で簡潔に説明せよ。

3)　2 分探索木における削除操作のアルゴリズムを自然言語で簡潔に説明せよ。

問3　２－３木について以下の問いに答えよ。(各 5 点,　計 10 点)

1)　整数列 {31, 12, 51,11, 21, 24, 52} をこの順に２－３木に挿入した結果を木として図示せよ。

2)　1)で得られた２－３木から{21, 12} をこの順に削除した結果を木として図示せよ。

問4　サイズ５のハッシュに以下の５つのデータ{peach, kiwi, pineapple, banana, apple}をこの順に挿入することを考える。再ハッシュや例外処理については考えなくてよい。またハッシュ関数を「文字数を 5 で割った余り」とする。(各 4 点,　計 12 点)

1)　チェイン法で実現した場合の結果の状態を図示せよ。

2)　開番地法で実現した場合の結果の状態を図示せよ。ただし再ハッシュには一次ハッシュを利用するものとする（衝突がおきたらすぐ次のセルに移動する）。

3)　2)で示した状態から、kiwi を削除した後の状態を図示せよ。

問5　クイックソートの計算量について、以下の問いに答えよ。ただし、すべての要素は異なるものとし、pivot は最初の２つの要素のうち、大きいほうをとるものとする。（各 6 点,　計 12 点）

1)　最悪の場合の計算量と、最善の場合の計算量をそれぞれ答えよ。

2)　平均の計算量求める手順の概要は以下のように示される。空欄を埋めよ。

1. 平均の計算時間を T(n) とする。T(n)の再帰方程式は以下のようになる。
   T(n) = [　　　　　　　i　　　　　　　]
2. 上の再帰方程式を整理すると以下のようになる。
   T(n) = [　　　　　　　ii　　　　　　　]
3. 帰納法で示す。まず　以下の関係を仮定し、その正しさを帰納法で示す。
   T(n) ≤ [　　　　　　　iii　　　　　　　]

問6　以下は、マージソートによる外部ソートのアルゴリズムを疑似コードで示したものである。空欄部分で行うべき処理を答えよ。(各 4 点,　計 12 点)

```
MergeSort(File A, File B)
        k <- 1;
```

while(k < |A|+|B|)

書き込み用に新しいファイル X,Y を準備;

merge(A,B,X,Y, k);

[　　　空欄(1)　　　]

[　　　空欄(2)　　　]

[　　　空欄(3)　　　]

ただし、merge(A,B,X,Y,k)は以下のような動作をするものとする。

1. 入力ファイル A,B は、それぞれ、先頭から k 要素ごとにソート済みであるとする。
2. 入力ファイル A,B の先頭から k 要素を読み出し、それを合わせた 2k 要素をソートしたものを出力ファイル X の末尾に書き出す。
3. X と Y を入れ替えて 2 に戻る。これを A、B の末尾に到達するまで行う。

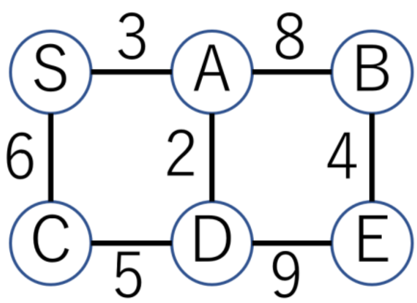
問7　以下はダイクストラのアルゴリズムの概要を説明したものである。空欄に当てはまる式を示せ。ただし、s を始点とし、c[a,b]は a から b への有向辺のコストとする。辺がない場合は∞とする。(10 点)

1. 各頂点 v について仮コスト d[v]を設定する。初期値は、d[v] = c[s,v]とする。
2. 未処理頂点集合から、仮コストが最小の頂点 w を取り出す。
3. 残りの未処理頂点集合の各頂点 u について、仮コスト d を以下の式で更新する。
   d[u] = [　　　空欄　　　]
4. 未処理頂点集合が空でなければ 2.に戻る。空であれば仮コスト＝最短経路コストである。

問8　以下は有向グラフ G の強連結成分を求めるアルゴリズムである。このアルゴリズムによって強連結が正しく求められることを示せ。(10 点)

まず、グラフ G に対して深さ優先探索を行い、帰りがけ（再帰呼出が終わった順）に番号を振る。次に、G の辺の向きを逆にした Gr を作る。最初につけた番号のもっとも大きい節点を出発点として、Gr に対して深さ優先探索を行う。次の極大木に移るときには、残った節点のうちから番号の大きいものを選んで同様に探索を行う。こうして得られた極大木それぞれが強連結成分である。

問9　以下のグラフの最小木（コスト最小の極大木）を求める問題を考える。




以下の問いに答えよ。(各 5 点,　計 10 点)

1) プリムのアルゴリズムによって計算する過程を図示せよ。頂点 s を起点として計算することとする。

2) クラスカルのアルゴリズムによって計算する過程を図示せよ。