アルゴリズムとデータ構造　2016 年度冬学期　期末試験

※　計算や解答の下書きなどは計算用紙で行い、解答用紙には解答をよく整理して読みやすく記載せよ。

問1　 ヒープについて以下の問いに答えよ。(各 5 点,　計 10 点)

1)　整数列 {32, 14, 53, 67, 21, 88, 13} をこの順にヒープに挿入した結果を木として図示せよ。

2)　1)で得られたヒープに対して 2 回 deletemin を適用した後の木を図示せよ。

問2　 2 分探索木について以下の問いに答えよ。(各 5 点,　計 10 点)

1)　整数列 {32, 14, 53, 67, 21, 58, 42 } をこの順に 2 分探索木に挿入した結果を木として図示せよ。

2)　1)で得られた 2 分探索木から{53, 32} をこの順に削除した結果を木として図示せよ。

問3　 AVL 木について以下の問いに答えよ。(各 5 点,　計 10 点)

1)　整数列 {32, 14, 53, 67, 21, 58, 88} をこの順に AVL 木に挿入した結果を木として図示せよ。

2)　1)で得られた AVL 木から{13, 88, 67} をこの順に削除した結果を木として図示せよ。

問4　 ハッシュについて以下の問いに答えよ。(各 5 点,　計 10 点)

1)　チェイン法で実現した場合の挿入操作の疑似コードを示せ。

2)　開番地法で実現した場合の挿入操作の疑似コードを示せ。

問5　 親へのポインタをもつ木による集合群(merge find set)の表現を用いて、n 個のばらばらの要素を merge して 1 つ集合にすることを考える。経路の圧縮は行わないものとする。(各 5 点,　計 10 点)

1)　必ず大きい集合を小さい集合へ merge する（大きい集合の根を小さい集合の根の下につける）ものとする。最終的にできる木について、最小の場合と最大の場合の高さをそれぞれ答えよ。根拠も簡潔に述べよ。

2)　必ず小さい集合を大きい集合へ merge する（大きい集合の根を小さい集合の根の下につける）ものとする。最終的にできる木について、最小の場合と最大の場合の高さをそれぞれ答えよ。根拠も簡潔に述べよ。

問6　 クイックソートで整数を小さい順に並べ替えることを考える。クイックソートのアルゴリズムの中で、与えられた整数列の順序を「その場」で入れ替える int partition(int[] A, int l, int r, int pivot) という関数が使われる。この関数は、配列 A の l 番目の要素から r 番目の要素までの間を並べ替えて、pivot より小さい要素が k 番目より前に来て、pivot より大きい要素が k 番目以降にくるようにして、k を戻り値として返す。以下の問いに答えよ。(各 5 点,　計 10 点)

1)　整数列 A= {32, 14, 53, 67, 21, 88, 15}に対して partition(A,0,6, 32)を呼び出した結果の配列 A の中身と戻り値を答えよ。

2)　int partition(int[] A, int l, int r, int pivot) の疑似コードを示せ。

問7　 文字列の検索について以下の問いに答えよ。(各 5 点,　計 10 点)

1)　KMP 法を以下の問題に適用した場合の計算の過程を図示せよ。表の内容も示せ。

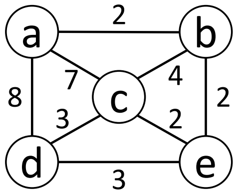
　　テキスト: DDADADDADDAC　パターン：DADDAC

2)　BM 法（表を一つだけ使う基本的なもの）を以下の問題に適用した場合の計算の過程を図示せよ。表の内容も示せ。

　　テキスト: DAADAAACAADA　パターン：DAACAA

問8　ダイクストラのアルゴリズムについて以下の問いに答えよ。(各5点, 計10点)

1)　ダイクストラのアルゴリズムによって以下の有向きグラフにおいて a から他の点までの最短距離を計算する過程を図示せよ。



2)　ダイクストラのアルゴリズムには、以下の２通りの実装方法がある。A) グラフを隣接行列で表現し計算の途中結果は単純な配列で管理する。B)グラフを隣接リストで表現し計算の途中結果の管理にヒープを利用する。それぞれについて、グラフが密な場合（辺の数≈頂点数）の場合と疎な場合（辺の数≈頂点数^2）の両方について、頂点数（N）に対する計算量を示せ。

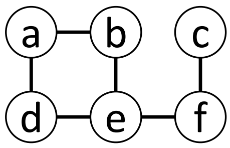
問9　以下は無向グラフの関節点を求めるアルゴリズムの概略である。

「まずグラフに対して深さ優先探索を行って深さ優先極大木を作り、行きがけ順に番号 num[v]を割り当てる。つぎに、帰りがけに low[v]=min{ num[v], num[v から出ている後退辺の行き先の節点], low[v の子]}を割り当てる。すべての探索が終わった後、根に２個以上の子があった場合には、その根が関節点である。それ以外の節点 v については、v の子 w で[　　　a　　　]を満たすものが存在すれば、v が関節点である。」

以下の問いに答えよ。(各5点,　計10点)

1)　空欄[　　　a　　　]に当てはまるものを答えよ。

2)　このアルゴリズムによって以下の無向グラフの関節点を求めた場合の様子を図示せよ（探索木を描き、各頂点に num, low の値を付記する)。探索は a から始めるものとする。



問10　各画素が 0-255 の整数値をとる幅 w 高さ h のグレースケール画像が与えられたときに、上端と下端を結ぶ path のうち、path 上の画素値の合計が最小となるようなものを求める問題を考える(もっとも暗い部分で左右に分割する処理に相当する)。path は座標が(x_i,y_i), $0\le x_i\le w-1$, $y_i=i$, $i=0,1,\ldots h-1$ で表される h 個の点の集合であり、$|x_{i-1}-x_i|\le 1$ を満たすものとする（下へおりていくときに左右に左右１画素だけ動ける)。効率よく解くにはどのようなアルゴリズムで解けばよいか、疑似コードを示しつつ与えられたスペースの範囲でわかりやすく説明せよ。そのアルゴリズムの計算量も示せ（10点)

参考図