アルゴリズムとデータ構造

http://www-ui.is.s.u-tokyo.ac.jp/~takeo

五十嵐 健夫

takeo@acm.org

アルゴリズムとデータ構造

第1回　イントロダクション

http://www-ui.is.s.u-tokyo.ac.jp/~takeo/course/

五十嵐 健夫

takeo@acm.org

目標

効率のよいプログラムを書くため
基本的な知識・技法を学ぶ

効率＝実行時間とメモリ使用量

コンピュータサイエンスの基礎。

具体的内容

基本的なアルゴリズムとデータ構造を学ぶ

ソート、グラフ、検索、など

計算量の解析について学ぶ

計算量の意味、その計算方法、など

進め方

教科書に沿う

データ構造とアルゴリズム　五十嵐健夫
数理工学社

基本的に教科書が理解できればOK。

成績

毎回出席を取る。

期末テスト

ネット上に過去問あり

スケジュール（仮）

9/27	アルゴリズムと計算量　擬似言語、実行時間
	基本的なデータ構造　列, スタック, 待ち行列,木
10/4	集合の表現　ヒープ, 2分探索木
10/11	休講　宿題(ヒープ) (〆切 10/18深夜)
10/18	休講
10/25	集合の表現　2-3木, AVL木
11/1	集合の表現　ハッシュ, 集合群
11/15	ソート　バブルソート, クイックソート,
11/22	ソート　マージソート, ヒープソート, バケット/基数ソート
11/29	有向グラフ　ダイクストラ, フロイド, DAG, 強成分
12/6	無向グラフ　プリム, クラスカル, 関節点
12/13	文字列 KMPアルゴリズム, BMアルゴリズム, トライ木
12/20	設計法 分割統治法、動的計画法、欲張り法、
1/10	テスト [722教室]

自己紹介

五十嵐　健夫　　情報科学科　教授

専門：　ユーザインタフェース
　　インタラクティブＣＧ

３次元モデリング、アニメーション
ロボットのためのインタフェース　など

アルゴリズムとは

問題を解く手順

1）問題を定式化（モデル化）する
2）解法をアルゴリズムとして記述する
3）アルゴリズムにしたがって問題を解く

定義：

「明瞭な意味を持ち、有限時間内の有限な計算で実行できるような命令を有限個並べた形で記述される問題の解法」

アルゴリズムとは

段階的詳細化の例（ユークリッドの互除法）

文章で書いたアルゴリズム
擬似言語のプログラム
プログラミング言語による記述

プログラムの実行時間

2つの目標

わかりやすい。構造がシンプルである。
実行時間が早く、メモリを消費しない。

実行時間を決める要素

入力データの性質・大きさ
コンパイラの質
ハードウェアの性質
アルゴリズムの計算量

計算量とはなにか？

アルゴリズムの速さの指標。
実行時間では参考ならない。
（CPUの速さ、データサイズによる）
データサイズに対してどのくらい計算時間が増えるか、で表記する。
表記の仕方は
O(n) とか O(log n) とか $O(n^2)$

アルゴリズムによって計算時間が変わる例

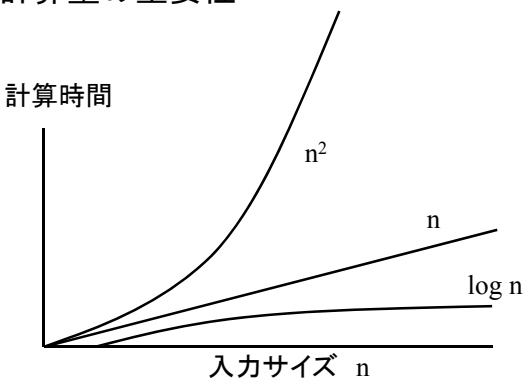
線形探索と2分探索　O(n)　vs　$O(\log_2 n)$

計算量の重要性

n	線形探索	2分探索
1	1ms	1ms
1000	1sec	10ms
1000000	17min	20ms
1000000000	12days	30ms

アルゴリズムの選択が重要（秒ー時間ー年）。
ハードウェア・コンパイラ・チューニングなどは小手先。

計算量の重要性



オーダー記法

「問題のサイズnに対して、予測される計算量の上界値を、定数部分を省略して表現する方法」

正確には、
「アルゴリズムの実行時間がO(f(n))である」とは
「正の定数c, n_0が存在して、n_0以上のnに対しては
$T(n) <= c\ f(n)$となる。」
ただし T(n)は大きさnの入力のプログラムの実行時間

（Ωは下界）

オーダー記法

例：　線形探索　$T(n) = an + b$　　…. O(n)
　　2分探索　$T(n) = a \log n + b$　　… O(log n)

よく出てくる計算量オーダー

1	Constant	N に依存しない。ループなし。
log N	logarithmic	2分探索など
N	linear	1重ループ
N log N	linearithmic	分割統治法　ソート
N^2	quadratic	2重ループ
N^3	cubic	2重ループ
2^N	exponential	総当たり。組み合わせ。
N!	factorial	順列組合せ。

$O(1) < O(\log n) < O(n^a) < O(n \log n) < O(n^b) < O(\alpha^n) < O(n!)$

$0<a\leq 1,\ 1<b,\ \alpha>1$

計算量の例

1秒間に1G のデータを処理できるとする。(Core i7 300 Gflops)
(デジカメ 1M, 日本の人口 100M, CTスキャン 10G)

N = 1M として所要時間		1 sec で処理できるデータ数	
$O(N)$ =	1 msec	$O(N)$ =	1 G
$O(N^2)$ =	17 min	$O(N^2)$ =	31 K
$O(N^3)$ =	32 years	$O(N^3)$ =	1 K
$O(N \log N)$ =	20 msec	$O(N \log N)$ =	40 M
$O(2^N)$	= ∞	$O(2^N)$ =	30
		$O(N!)$=	12

京コンピュータ　1京 = 10^16 = 10 Peta = 10,000 T = 10,000,000 G

$O(2^N)$ =	53
$O(N!)$=	18

プログラムの実行時間

和と積の法則

$$O(f_1(n)) + O(f_2(n)) \ \ldots\ O(\max(f_1(n), f_2(n))$$
$$O(f_1(n)) \times O(f_2(n)) \ \ldots\ O(f_1(n) \times f_2(n))$$

いくつかの規則

- 一連の文は和の公式　＝　最も遅い部分に依存
- ループは、ループの回数と最長の内部実行時間の積
- if 文は、長い方に依存
- 再帰手続き → 再帰方程式を解く

きれいに解析できるとは限らない。

アルゴリズムの選択の注意点

使用回数	多い場合にはオーダーに注意
入力サイズ	大きい場合にはオーダーに注意
保守	保守が必要なら読みやすさ優先
メモリ	外部記憶が使えるか
安定性、精度	数値アルゴリズムで重要

よいプログラミングの習慣

計画的に設計する。 段階的詳細化。

オーダーを意識する。

カプセル化・モジュール化する。

既存プログラムを活用する。

汎用性のある・応用の利くコードを書く。

まとめ

講義の進め方
アルゴリズムとは
モデル化と段階的詳細化
計算量の話　オーダー記法

アルゴリズムとデータ構造

第2回　基本的なデータ構造

http://www-ui.is.s.u-tokyo.ac.jp/~takeo/course/

五十嵐 健夫

takeo@acm.org

基本的なデータ構造

列の表現
- 配列
- リスト

スタック

待ち行列

木

抽象データ型としての「列」

$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{1n}$　線形順序

insert, indexOf, get, remove, next, prev, clear, first, print

列の実現

配列による実現

○ ランダムアクセス　× 挿入と削除

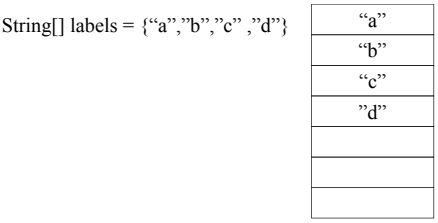
ポインタによる実現（通常のリスト）

× ランダムアクセス　○ 挿入と削除

配列

○ ランダムアクセス O(1)　× 挿入と削除、接続 O(n)

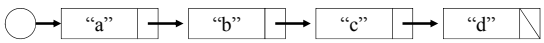
String[] labels = {“a”,”b”,”c” ,”d”}



リスト

× ランダムアクセス O(n)　○ 挿入と削除、接続 O(1)

```
LinkedList labels = new LinkedList();
labels.add(“a”);
labels.add(“b”);
labels.add(“c”);
labels.add(“d”);
```



スタック

データの入力と出力が常に最後尾で起こる。

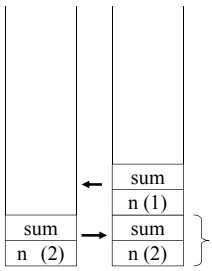
clear, pop, push, empty

関数呼び出しで使われる。

スタックと再帰呼び出し

$$\sum_{i=1}^{n} i^2$$

```
int foo(int n){
   if (n == 1) return 1
   int sum = foo(n-1)+n*n;
   return sum;
}
```



活動レコード

ダイクストラの操車場アルゴリズム

Dijkstra's Two-stack Algorithm

(1 + ((2 + 3) * (sqrt 4)))

ダイクストラの操車場アルゴリズム

Dijkstra's Two-stack Algorithm

2つのスタックを用意する。
前から順に読みだしていって以下の処理を行う
- 演算子であれば、演算子スタックに pushする
- 数値であれば、数値スタックに pushする
-（ であれば無視する
-） であれば、演算子1つと、その演算子の要求する数値を Pop して 結果を数値スタックに push する。

待ち行列 (Queue)

clear, front, enqueue,
dequeue, empty

例（イベントキュー、データ転送）

循環配列による実装

木 (Tree)

Insert, delete, member, etc.

階層構造を表す（例：住所、探索木）

実装 （ポインタ、配列）

まとめ

配列
リスト
スタック
待ち行列
木