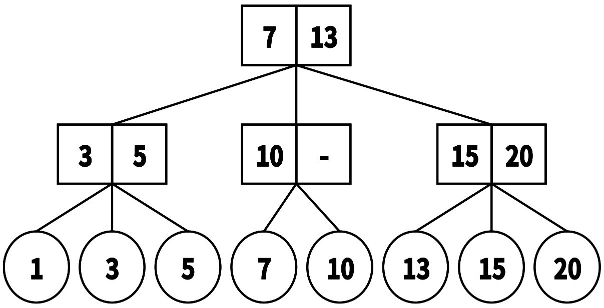
アルゴリズムとデータ構造　2006 年度冬学期　期末試験

問1　文字列の集合“ apple ”, “ orange ”, “ banana ”, “ coconut ”, “ kiwi ”がこの順番で与えられている。ハッシュ関数として文字列の長さを 5 で割った余りを返す関数、再ハッシュとして１次ハッシュ法を用いて、以下の質問に答えよ。（各 4 点）

1) 文字列を順にバケット数 5 のオープンハッシュ表（外部ハッシュ）へ挿入した場合の結果を図示せよ。
2) 同様に、バケット数 5 のクローズドハッシュ表（内部ハッシュ）へ挿入した場合の結果を図示せよ。
3) 2）の結果に対して、apple, orange をこの順で削除した場合の結果を図示せよ。

問2　以下の 2-3 木に対して、次の操作を順に行って得られる 2-3 木を描け。（各 4 点）

1) 16 を挿入。
2) 1)の後に 10 を削除。



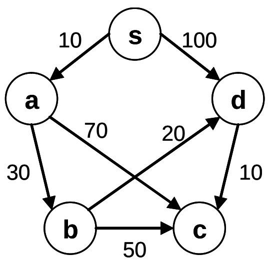
問3　以下の疑似コードは、任意の数の子をもつ木の節点を通りがかり順にリストする手続きである。空欄（　※　）にはいるべき処理を擬似コードで示せ（複数行でもよい）。（各 5 点)

```
void inorder (節点  node) {
        if(node が葉である) {
                node をリストする
        }
        else {
                (   ※1   );
                node をリストする
                (   ※2   );
        }
}
```

問4　以下のフォーマットに従ってダイクストラのアルゴリズムを疑似コードで示せ。（10 点）

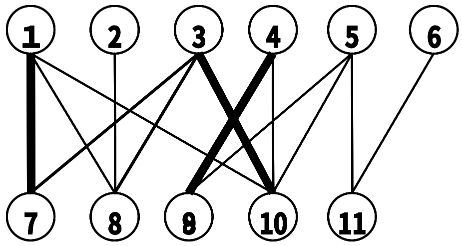
```
// G の頂点 s からの G の他の点 v への最短距離をあらわす D[v]を求める。
// C[a,b] は a から b への辺の長さをあらわすものとしてあらかじめ与えられている。辺がない場合は∞
配列  dijkstra(頂点集合 V, 頂点間の距離行列 C, 出発点 s) {
        【     ここに疑似コードを記述する     】
}
```

問5　以下の有向グラフにおいて、頂点 s から他の頂点への最短距離をダイクストラのアルゴリズムを用いて求めよ。途中経過がわかるように、各ステップにおける最短距離も示せ。（8 点）



問6　以下の 2 部グラフについて質問に答えよ。（各 5 点）

1)　グラフ上にマッチング M が太線で示してある。M に対する増加路を 1 つ図示せよ。
2)　この増加路を用いることで M より大きいマッチングを得ることができる。この操作を繰り返すことにより最大マッチングが得られるまでの過程を図示せよ。



問7　以下の疑似コードは、マージソートの手続きを説明したものである。空欄（　※　）に入るべき処理を示せ。定義されていないサブルーチンを使うときは、その動作についても簡単に説明せよ（10 点)

```
//要素数が 2 のベキである整数配列を受け取る
配列 mergeSort (配列  a){
        if(a の要素数  > 1) {
                配列 a をサイズが半分の配列 a1 と a2 に 2 分する;
                return (            ※            );
        }
        else {
                return a;
        }
}
```

問8　整数列 { 2, 5, 4, 6, 1, 3, 8, 7, 9 } を、クイックソートを用いて小さい順に並べ替える過程を示せ。
ただし、最初の 2 要素の内で大きい方を枢軸（pivot）とする。（8 点）

問9　クイックソートの平均計算時間の解析について質問に答えよ。

1)　以下の文章の空欄を埋めよ。（各 3 点）
n 要素のクイックソートに要する平均時間を $T(n)$ とし、入力列のすべての順序が等確率であるものとする。最初の 2 要素のうち大きい方を枢軸として選ぶとき、n 要素が i 個と $n-i$ 個に分割される確率は[　①　]である。クイックソートにおいて、枢軸を選び 2 つの配列に分割するための時間を $c_2 n$（c_2 は定数）とすれば、$T(n)$ の再帰方程式は[　②　]となる。これを変形して（A）が導き出される。

$$T(n) \le \frac{2}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1} T(i) + c_2 n \qquad \text{（A）}$$

2)　$T(n) \le cn\log n$ を仮定して、それがすべての n について成り立つことを帰納法で示せ。（6 点）

問10　次の再帰方程式を解き $T(n)$ のオーダーを求めよ。ただし $T(1)=1$ とする。 (各 4 点)

1)　$T(n) = 4T(n/2) + n$
2)　$T(n) = 4T(n/4) + n^2$
3)　$T(n) = 8T(n/2) + n^3$